

## Олимпиада «Эрудит-старт»

*О сколько нам открытий чудных  
Готовят просвещенья дух  
И опыт, сын ошибок трудных,  
И гений, парадоксов друг,  
И случай, бог изобретатель...  
А.С.Пушкин*

**Уважаемые участники олимпиады!** Коллектив преподавателей математики и методическая комиссия олимпиады общеобразовательного специализированного санаторного учреждения «Эрудит» приветствует вас и приглашает принять участие в ежегодной олимпиаде «Эрудит-старт».

Задания заочного тура олимпиады «Эрудит-старт» составлены с расчетом на то, что участники во время решения задач и ответов на вопросы, будут не только использовать имеющиеся у них знания, но и активно пользоваться дополнительными источниками информации - научно-популярной и математической литературой, информацией сети Интернет. Уважаемые ребята! Если во время работы над заданиями олимпиады у вас возникнут вопросы и замечания, просим обращаться по e-mail [erudit\\_mail@mail.ru](mailto:erudit_mail@mail.ru). Обещаем, что все замечания будут учтены, а на ваши вопросы мы поможем найти ответы.

Олимпиада «Эрудит-старт» позволит вам попробовать свои силы в решении нестандартных и увлекательных задач, обменяться мнениями и задать вопросы высококвалифицированным преподавателям математики, много лет занимающимся подготовкой олимпиадников-математиков, поставить перед собой массу интереснейших проблем, пообщаться со сверстниками, также, как и вы, увлеченными величайшей из наук - математикой\.

Олимпиада «Эрудит-старт» - не спортивное соревнование, а интеллектуальный форум, задача которого - развитие интереса к изучению наук, расширение возможностей общения между школьниками и преподавателями, помощь в индивидуальном развитии ребенка.

Мы надеемся, что вы, ребята, справитесь с заданиями олимпиады «Эрудит-старт», но даже если на этом пути у вас возникнут проблемы - не отчаивайтесь, присылайте нам свои (пусть даже и не до конца выполненные) работы, мы постараемся оценить каждую работу и найти рациональные зерна в решении.

**Удачи!**

### **Методическая комиссия:**

Бельчина Надежда Петровна, методист ОССИУ «Эрудит»

Конашенков Данил Леонидович, учитель математики ОССИУ «Эрудит»

Фрасинич Виктория Александровна, аспирант математического факультета ДонНУ

**Эксперт** - Двейрин Михаил Захарович, кандидат математических наук, доцент кафедры математического анализа ДонНУ

**УКРАИНА**  
**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ДОНЕЦКОЙ ОБЛГОСАДМИНИСТРАЦИИ**  
**Общеобразовательное специализированное санаторное интернатное учреждение II**  
**– III ступеней «Эрудит» для одаренных детей**

ОБЛАСТНАЯ ОЧНО-ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА «ЭРУДИТ-СТАРТ»

**Математика**  
**7 класс**

1. Знайдіть найменше п'ятицифрове число з усіма різними цифрами, яке ділиться націло на 9.
  
2. На дошці записні числа 1, 2, 3, ..., 101. Андрійко може вибрати довільні два із записаних чисел  $a, b$  та записати замість них число  $|a - b|$ . Після 100-ї такої операцій на дошці залишиться одне число. Яке найбільше число при цьому може залишитись?
  
3. У Али-Бабы есть 40 мешков с монетами. Джинн может по просьбе Али-Бабы определить количество монет в каждом из двух указанных ему мешков, но при этом возьмёт за работу одну монету из одного из этих мешков (и Али-Баба не увидит, из какого именно). Сможет ли Али-Баба действовать так, чтобы после не более чем 100 таких процедур точно сказать, сколько монет в данный момент лежит в каждом из мешков, кроме тех двух, которые джинн пересчитывал последними? В каждом мешке — не меньше 1000 монет.
  
4. У чотирикутника  $ABCD$  такі довжини сторін  $AB = 9$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = 14$ ,  $DA = 5$ . Знайдіть довжину діагоналі  $AC$ , якщо відомо, що вона визначається цілим числом.
  
5. Леся написала на дошці декілька попарно різних натуральних чисел. Андрійко не зміг серед них вибрати трьох, сума яких кратна 3. Скільки щонайбільше чисел могла написати на дошці Леся?

**УКРАИНА**  
**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ДОНЕЦКОЙ ОБЛГОСАДМИНИСТРАЦИИ**  
**Общеобразовательное специализированное санаторное интернатное учреждение II**  
**– III ступеней «Эрудит» для одаренных детей**

ОБЛАСТНАЯ ОЧНО-ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА «ЭРУДИТ-СТАРТ»

**Математика**  
**8 класс**

1. Можно ли в половину клеток доски  $12 \times 12$  поместить по фишке так, чтобы в одном квадрате  $2 \times 2$ , составленном из клеток доски, было нечётное количество фишек, а в остальных — чётное?

2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  втрое больше угла  $A$ , а сторона  $AB$  вдвое больше стороны  $BC$ . Докажите, что угол  $ABC$  равен  $60$  градусам.

3. Даны 5 различных натуральных чисел. Произведение двух наименьших из них больше 25, а произведение двух наибольших — меньше 75. Найдите все эти числа (укажите все возможные варианты и докажите, что других вариантов нет).

4. У Али-Бабы есть 40 мешков с монетами. Джинн может по просьбе Али-Бабы определить количество монет в каждом из двух указанных ему мешков, но при этом возьмёт за работу одну монету из одного из этих мешков (и Али-Баба не увидит, из какого именно). Сможет ли Али-Баба действовать так, чтобы после не более чем 100 таких процедур точно сказать, сколько монет в данный момент лежит в каждом из мешков, кроме тех двух, которые джинн пересчитывал последними? В каждом мешке — не меньше 1000 монет.

5. Даны девять натуральных чисел, причём запись первого состоит только из единиц, второго — только из двоек, ..., девятого — только из девяток. Может ли произведение каких-то двух из этих чисел делиться на произведение остальных?

**УКРАИНА**  
**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ДОНЕЦКОЙ ОБЛГОСАДМИНИСТРАЦИИ**  
**Общеобразовательное специализированное санаторное интернатное учреждение II**  
**– III ступеней «Эрудит» для одаренных детей**

ОБЛАСТНАЯ ОЧНО-ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА «ЭРУДИТ-СТАРТ»

**Математика**

**9 клас**

1. Позначимо через  $P(n)$  та  $S(n)$  відповідно добуток та суму цифр натурального числа  $n$ . Наприклад,  $P(133)=9$  та  $S(133)=7$ . Знайдіть усі двоцифрові числа  $n$ , для яких виконуються рівність:  $n = P(n) + S(n)$ .

2. На дошці записні числа 1, 2, 3, ..., 101. Андрійко може вибрати довільні два із записаних чисел  $a, b$  та записати замість них число  $|a - b|$ . Після 100-ї такої операцій на дошці залишиться одне число. Яке найбільше число при цьому може залишитись?

3. У квадраті  $4 \times 4$  у кожному клітині записане число 0 або 1. Підраховали суми чисел у кожному рядку, у кожному стовпчику та у двох великих діагоналях (тих діагоналях, що містять по 4 клітини). Доведіть, що серед одержаних 10 чисел є принаймні 3 рівних.

4. Знайдіть усі натуральні значення  $n$ , для яких одночасно числа  $9n + 28$  та  $n + 5$  є точними квадратами цілих чисел.

5. Для якого найменшого значення  $n$  на площині можна розташувати  $n$  точок таким чином, щоб кількість усіх прямих, що проходять принаймні через дві вибрані точки, дорівнювала 20?